

Vollständige Induktion

13

→ Bei Aussagen von $x \in \mathbb{N}$ möglich

→ Aussage $S(n)$ ist richtig für $n \geq m$ (d.h. man benötigt ein Anfangsglied startend bei m und muss $n+1$ beweisen).

1. Induktionsanfang / Induktionsverankerung

Beweis Anfangsglied $m \in \mathbb{N}$ (meist ist $m=1$ ggü. oder $m=n$ anghm) $S(m)$

2. Induktionsvoraussetzung / Induktionsannahme

Die Aussage $S(n)$ ist wahr für eine beliebige natürliche

Zahl $n \in \mathbb{N}$, $n \geq m$ & n darf frei gewählt werden ~~werden~~

~~also~~ also ist ein $n \geq m$ auch wahr

3. Induktionsschluss

Die Aussage $S(n)$ also Induktionsvoraussetzung ist wahr für $(n+1)$. D.h. n wird durch $n+1$ substituiert

$S(n) \rightarrow S(n+1)$ und die somit erhaltene Formel muss bewiesen werden. Auch bezeichnet Induktionsschluss von n auf $n+1$.

~~Also wird die Aussage $n = m$ bewiesen~~

Bsp: $\forall n \in \mathbb{N}$ gilt $1+2+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ ist durch Vollständige

Induktionsanfang für $n=1$

$$1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1 = \frac{2}{2} = 1 = 1$$

Induktionsvoraussetzung Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist die Behauptung richtig

$$1+2+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Induktionsschluss von $n \rightarrow n+1$

$$1+2+\dots+n+(n+1) = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + (n+1) = (n+1) \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2} \text{ d.h. gleiche Formel wie durch}$$

Substitution von Originalformel d.h. Aussage richtig